LOGICAL EQUIVALENCES

E1. $E \Leftrightarrow (E \vee E)$ Idempotence of $\vee$

E2. $E \Leftrightarrow (E \wedge E)$ Idempotence of $\wedge$

E3. $(E \vee F) \Leftrightarrow (F \vee E)$ Commutativity of $\vee$

E4. $(E \wedge F) \Leftrightarrow (F \wedge E)$ Commutativity of $\wedge$

E5. $((E \vee F) \vee G) \Leftrightarrow (E \vee (F \vee G))$ Associativity of $\vee$

E6. $((E \wedge F) \wedge G) \Leftrightarrow (E \wedge (F \wedge G))$ Associativity of $\wedge$

E7. $(\neg(E \vee F)) \Leftrightarrow ((\neg E) \wedge (\neg F))$ DeMorgan's Law

E8. $(\neg(E \wedge F)) \Leftrightarrow ((\neg E) \vee (\neg F))$ DeMorgan's Law

E9. $(E \wedge (F \vee G)) \Leftrightarrow ((E \wedge F) \vee (E \wedge G))$ Distributivity of $\wedge$ over $\vee$

E10. $(E \vee (F \wedge G)) \Leftrightarrow ((E \vee F) \wedge (E \vee G))$ Distributivity of $\vee$ over $\wedge$

E11. $E \Leftrightarrow (\neg(\neg(E)))$ Double Negation

E12. $(E \rightarrow F) \Leftrightarrow ((\neg E) \vee F)$ Implication

E13. $(E \leftrightarrow F) \Leftrightarrow ((E \rightarrow F) \wedge (F \rightarrow E))$ Equivalence

E14. $(E \rightarrow F) \Leftrightarrow ((\neg F) \rightarrow (\neg E))$ Contrapositive

E15. $(\neg(E \rightarrow F)) \Leftrightarrow (E \wedge (\neg F))$

E16. $(\neg(E \leftrightarrow F)) \Leftrightarrow ((E \wedge (\neg F)) \vee ((\neg E) \wedge F))$

E17. $(E \vee 1) \Leftrightarrow 1$

E18. $(E \wedge 1) \Leftrightarrow E$

E19. $(E \vee 0) \Leftrightarrow E$

E20. $(E \wedge 0) \Leftrightarrow 0$

E21. $(E \vee (\neg E)) \Leftrightarrow 1$

E22. $(E \wedge (\neg E)) \Leftrightarrow 0$

E23. $\neg \exists x p(x) \Leftrightarrow \forall x (\neg p(x))$

E24. $\neg \forall x p(x) \Leftrightarrow \exists x (\neg p(x))$

E25. $\exists x (p(x) \vee q(x)) \Leftrightarrow \exists x p(x) \vee \exists x q(x)$

E26. $\forall x (p(x) \wedge q(x)) \Leftrightarrow \forall x p(x) \wedge \forall x q(x)$

Let E be a sentence such that all the occurrences of the variable symbol x in E are bound.

E27. $\exists x (p(x) \vee E) \Leftrightarrow \exists x p(x) \vee E$

E28. $\exists x (p(x) \wedge E) \Leftrightarrow \exists x p(x) \wedge E$

E29. $\forall x (p(x) \vee E) \Leftrightarrow \forall x p(x) \vee E$

E30. $\forall x (p(x) \wedge E) \Leftrightarrow \forall x p(x) \wedge E$

LOGICAL IMPLICATIONS

I1. $E \Rightarrow 1$

I2. $0 \Rightarrow E$

I3. $E \Rightarrow (E \vee F)$ $Addition$

I4. $(E \wedge F) \Rightarrow E$ $Simplification$

I5. $(E \wedge (E \rightarrow F)) \Rightarrow F$ $Modus\, Ponens$

I6. $((E \rightarrow F) \wedge (\neg F)) \Rightarrow (\neg E)$ $Modus\, Tollens$

I7. $((\neg E) \wedge (E \vee F)) \Rightarrow F$ $Disjunctive\, Syllogism$

I8. $((E \rightarrow F) \wedge (F \rightarrow G)) \Rightarrow (E \rightarrow G)$ $Hypothetical\, Syllogism$

I9. $(E \rightarrow F) \Rightarrow ((F \rightarrow G) \rightarrow (E \rightarrow G))$

I10. $((E \rightarrow F) \wedge (G \rightarrow H)) \Rightarrow ((E \wedge G) \rightarrow (F \wedge H))$

I11. $((E \leftrightarrow F) \wedge (F \leftrightarrow G)) \Rightarrow (E \leftrightarrow G)$

I12. $((E \rightarrow F) \wedge (G \rightarrow H) \wedge (E \vee G)) \Rightarrow (F \vee H)$ $Constructive\, Dilemma$

I13. $((E \rightarrow F) \wedge (G \rightarrow H) \wedge ((\neg F) \vee (\neg H))) \Rightarrow ((\neg E) \vee (\neg G))$ $Destructive\, Dilemma$

I14. $(\neg E) \Rightarrow (E \rightarrow F)$

I15. $(\neg(E \rightarrow F)) \Rightarrow E$

I16. $\forall x p(x) \Rightarrow p(a)$

I17. $p(a) \Rightarrow \exists x p(x)$

I18. $\forall x p(x) \Rightarrow \exists x p(x)$

I19. $\exists x(p(x) \wedge q(x)) \Rightarrow \exists x p(x) \wedge \exists x q(x)$

I20. $\forall x p(x) \vee \forall x q(x) \Rightarrow \forall x(p(x) \vee q(x))$